VOUTE Python 1.1 — Note technique : coefficients de sécurité

Oct 16, 2026 · @Jean-François

En bref

VOUTE Python donne pour chaque chargement quatre coefficients de sécurité, qui répondent à quatre questions différentes. Ils ne sont pas ordonnés entre eux : aucun ne remplace les autres, et un ouvrage peut avoir un coefficient élevé et un autre faible.

Coefficient	Question	Définition	Hypothèses	Limites et repères
FM, coefficient de rupture	De combien la résistance des matériaux peut-elle baisser ?	Plus grand facteur sur toutes les charges pondérées, poids propre et remblai compris	Résistance finie de la maçonnerie et du sol ; glissement vérifié si le frottement est donné	C'est aussi le facteur sur les résistances : l'ouvrage tient encore avec σ / FM. Il devient infini si σ l'est et ne mesure pas la marge vis-à-vis d'un mécanisme de rotules. Repère de 1993 : 3 sous charges pondérées ELU
λ, facteur sur les charges variables	De combien le trafic peut-il augmenter ?	Plus grand facteur sur les seules actions multipliées, les autres restant fixes	Comme FM	Dépend du choix des actions multipliées ; non défini sans action multipliée. λ < 1 : ruine sous le chargement

Coefficient	Question	Définition	Hypothèses	Limites et repères
λ∞, facteur à résistance infinie	Même question, sans écrasement	λ pour une maçonnerie infiniment résistante	Glissement vérifié comme pour λ	λ ⩽ λ∞ ; l'écart est dû à l'écrasement. Infini quand les actions multipliées seules ont une ligne de pression dans la maçonnerie
FS géo, coefficient géométrique d'Heyman	La forme est-elle adaptée aux charges ?	Épaisseur réelle / épaisseur de l'ouvrage le plus mince, concentrique, qui contient encore une ligne de pression	Charges inchangées, résistance infinie, ni traction ni glissement	⩾ 1 : stable en traction ; 2 : ligne dans la moitié centrale ; 3 : dans le tiers central. Ne tient compte ni de la résistance, ni du glissement, ni d'une augmentation des charges

Lecture conseillée : FM pour la résistance des matériaux, λ et λ∞ pour la marge sur le trafic, FS géo pour la qualité de la forme et la robustesse vis-à-vis des déplacements d'appuis et des défauts de géométrie. La note de calcul résume les quatre valeurs dans un tableau « COEFFICIENTS DE SECURITE » suivi de leur signification ; l'interface les affiche en colonnes, avec une bulle d'aide sur chaque en-tête.

FM, coefficient de rupture

FM est le plus grand facteur t par lequel on peut multiplier toutes les charges pondérées du chargement, poids propre et remblai compris, en gardant un équilibre admissible dans chaque joint : compression seulement, résistance σ de la maçonnerie (et de la contre-voûte, et du sol sous les fondations), glissement $|T| \leqslant \mu N$ si le frottement est donné.

C'est aussi le facteur sur les résistances. Pour une couche de résistance σ, le critère d'un joint s'écrit $|M| \leqslant N\,ep/2 - N^2/(2\sigma)$. Sous les charges multipliées par t :

> $t \cdot |M| \leqslant t \cdot N \cdot ep/2 - (t \cdot N)^2 / (2\sigma) \Leftrightarrow |M| \leqslant N \cdot ep/2 - N^2 / (2 \cdot (\sigma/t))$

Multiplier toutes les charges par t revient donc à diviser toutes les résistances par t. La note donne, sous FM, les « résistances nécessaires » σ / FM : l'ouvrage tient encore avec ces résistances, sous les charges réelles.

Limites.

- FM mesure la marge vis-à-vis de l'écrasement. Avec une résistance infinie, il serait infini pour toute voûte stable en traction : il ne dit rien de la marge vis-à-vis d'un mécanisme de rotules.
- Près de la limite géométrique, quand la ligne de pression frôle les faces, la zone comprimée devient très petite et FM s'effondre, même si le trafic peut encore augmenter.
- Le repère de la version de 1993, FM ⩾ 3 sous charges pondérées ELU, se lit : l'ouvrage tient encore avec des résistances divisées par 3. La note et l'interface le signalent quand il n'est pas atteint.

λ et λ∞, facteurs sur les charges variables

λ est le plus grand facteur appliqué aux seules actions multipliées (pondérées), les autres actions restant à leur valeur ; λ∞ est le même facteur pour une maçonnerie infiniment résistante.

> $\lambda = \max \{ t : F \text{ fixes} + t \cdot F \text{ multipliées admissible} \}$

Choix des actions multipliées.

- Voûte seule (`.DON`) : option `--variable` (1 poids propre, 2 remblai, 3 forces concentrées, 4 forces réparties, 5 forces exceptionnelles), ou cases « Multiplier » de la page Résultats ; le choix vaut pour tous les chargements du fichier.
- Ouvrage (`.VMA`) : ligne `VARIABLE` de chaque chargement (actions 1 à 5 et `CONVOI`), ou cases « Multiplier » de l'onglet Chargements.
- Règle usuelle : poids propre et remblai fixes ; forces concentrées, exceptionnelles et convoi multipliés ; forces réparties fixes pour une chaussée, multipliées pour un trafic. Si un fichier mélange les deux dans les forces réparties, décrire deux chargements.
- FM est toujours calculé, avec ou sans actions multipliées : pour un ouvrage, la colonne `coefficient` des fichiers CSV garde son sens (λ avec `VARIABLE` , FM sinon), et une colonne `fm` donne FM pour tous les chargements.

Cas particuliers.

Situation	λ	λ∞
Aucune action multipliée dans le chargement	Non défini (« - »)	Non défini
Actions fixes seules non équilibrées	Non défini	Non défini
Ouvrage qui ne porte pas le chargement donné	λ < 1	Souvent < 1 aussi
Actions multipliées seules avec une ligne de pression dans la maçonnerie (charge symétrique étalée sur une voûte épaisse)	Fini, limité par l'écrasement	Infini

Limites. λ dépend du choix des actions multipliées et des pondérations, qui s'appliquent aux actions fixes comme aux actions multipliées. λ∞ ignore l'écrasement : c'est la grandeur des méthodes par mécanismes de rotules, et l'écart λ∞ − λ mesure le poids de la résistance de la maçonnerie dans la ruine. Le glissement est vérifié pour λ∞ comme pour λ (frottement associé). Avec un convoi, chaque facteur est donné à sa propre position la plus défavorable.

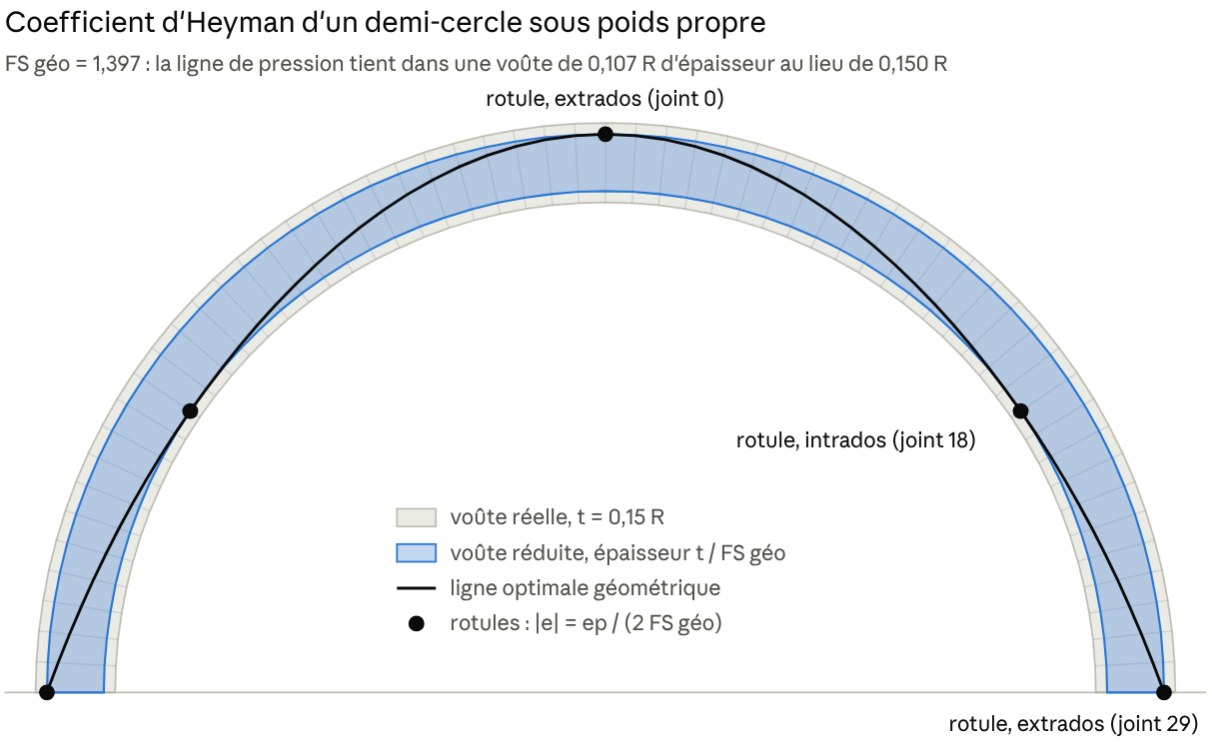
FS géo, coefficient géométrique d'Heyman

FS géo est le rapport de l'épaisseur réelle à l'épaisseur de l'ouvrage le plus mince, concentrique, qui contient encore une ligne de pression sous les mêmes charges. On réduit l'épaisseur de chaque joint autour de son centre, sans changer ni les charges ni la direction des joints, jusqu'à ce qu'aucune ligne de pression n'y tienne. Les hypothèses sont celles d'Heyman : maçonnerie infiniment résistante, sans résistance à la traction, sans glissement.

Avec M_j et N_j le moment au centre et l'effort normal du joint j, d'épaisseur ep_j, et x les efforts à la clé (poussée H, cote Z, effort vertical V) :

> 1 / FS géo = min sur x de max sur j de |M_j(x)| / (N_j(x)·ep_j/2)

Le rapport |M| / (N ep/2) est l'excentricité relative du centre de pression (1 sur une face). La ligne qui réalise le minimum est la **ligne optimale géométrique** : la ligne de pression la mieux centrée. Elle touche la voûte réduite, d'épaisseur ep / FS géo, aux **joints limitants**, qui sont les rotules de cette voûte réduite.



VOUTE Python, demi-cercle R = 1, t = 0,15, 30 voussoirs par demi-voûte, poids propre seul

La ligne optimale géométrique touche les faces de la voûte réduite en cinq rotules : clé (extrados), reins à 56° de la clé (intrados), naissances (extrados). C'est le mécanisme de ruine de la voûte réduite.

Repères.

FS géo	Signification
< 1	Aucune ligne de pression ne tient dans l'épaisseur : voûte instable en traction ; il faudrait l'épaisseur multipliée par 1 / FS géo
⩾ 1	Une ligne de pression tient dans l'épaisseur (stabilité en traction)
⩾ 2	Une ligne tient dans la moitié centrale de l'épaisseur, valeur souvent citée par Heyman pour les arcs
⩾ 3	Une ligne tient dans le tiers central : tous les joints sont entièrement comprimés (règle du tiers central)

Pour un demi-cercle sous son poids propre, FS géo vaut très près de (t/R) / 0,1075, où 0,1075 est l'épaisseur relative limite de Milankovitch ; les rotules sont à la clé (extrados), vers 54° de la clé (intrados) et aux naissances (extrados).

Ouvrages. Toutes les sections comptent : joints des arches, sections des piles et des culées, fondations ; les joints internes d'une `TETE MONOLITHE` sont exclus. La note donne les sections limitantes et leur élément, avec leur épaisseur et leur épaisseur minimale. Avec un convoi, FS géo est le minimum sur les positions ; `_convoi.csv` le donne à chaque position.

Frottement. Le glissement n'intervient pas dans FS géo, même quand le frottement est donné : la note le rappelle. Le glissement reste vérifié par FM, λ et λ∞. Sur un ouvrage dont la ruine est un glissement, FS géo peut donc rester confortable alors que λ est faible.

Calcul. Le minimum d'un maximum de rapports de fonctions affines se calcule exactement par la méthode de Dinkelbach : une suite de 4 à 10 programmes linéaires, qui coûte moins que le calcul de FM. L'option `--sans-heyman` supprime ce calcul.

Limites. FS géo mesure la forme de l'ouvrage vis-à-vis de la répartition des charges. Il ne tient compte ni de la résistance de la maçonnerie (voir FM), ni du glissement, ni d'une augmentation des charges (voir λ). Il dépend du chargement : une voûte presque funiculaire de ses charges permanentes peut avoir un FS géo très grand sous ces charges et beaucoup plus faible sous une charge dissymétrique.

Lire les résultats

Les quatre coefficients sont dans la note de calcul, dans la page Résultats de l'interface et dans les fichiers CSV ; leur signification est rappelée à chaque endroit.

Note de calcul, voûte seule. Pour chaque chargement :

- bloc « COEFFICIENT GEOMETRIQUE D'HEYMAN », après le domaine de stabilité : FS_GEO, épaisseur minimale à la clé et aux naissances, repères et limites, ligne optimale géométrique et joints limitants (`0 E 9 I 19 E` : joint 0 à l'extrados, joint 9 à l'intrados… ; joint négatif : demi-voûte gauche) ;
- sous le coefficient de rupture FM, une phrase d'interprétation et les résistances nécessaires σ / FM ;
- dans le bloc du facteur sur les actions multipliées (`--variable`), λ∞ après λ ;
- avec le détail des lignes, la ligne optimale géométrique joint par joint : excentricité relative et épaisseur nécessaire 2 |M| / N.

La note se termine par le tableau « COEFFICIENTS DE SECURITE » (FM, LAMBDA, LAMBDA_INF, FS_GEO par chargement) et un paragraphe « SIGNIFICATION ET LIMITES DES COEFFICIENTS ».

Note de calcul, ouvrage. Pour chaque chargement : FM (avec `VARIABLE`, en plus du facteur λ), λ∞, résistances nécessaires, FS_GEO avec la position du convoi et les sections limitantes (arche, pile, culée), leur excentricité, leur épaisseur et leur épaisseur minimale ;

puis le même tableau final.

Interface. La page Résultats a une colonne par coefficient (FM, λ, λ∞, FS géo). Une bulle d'aide sur chaque en-tête donne sa signification et ses limites ; le bouton « Signification des coefficients… » et le menu Aide > Coefficients de sécurité ouvrent une fiche complète. Voûte seule : la ligne « OPTIMALE GEOMETRIQUE » de la liste des lignes dessine aussi la voûte réduite en tirets et marque les joints limitants. Ouvrage : la case « Ligne géométrique et ouvrage réduit (Heyman) » fait de même ; la courbe selon la position du convoi trace aussi FS géo.

Fichiers CSV. Les colonnes existantes ne changent pas ; les nouvelles viennent en fin de ligne.

Fichier	Ajout
`NOM_resume.csv` (voûte)	`lambda_inf;fs_geo`
`NOM_lignes.csv` (voûte)	Ligne `OPTIMALE GEOMETRIQUE`
`NOM_resume.csv` (ouvrage)	`fm;position_fm;lambda;lambda_inf;fs_geo;position_fs_geo;section_fs_geo` ; `coefficient` reste λ avec `VARIABLE`, FM sinon
`NOM_convoi.csv` (ouvrage)	`fs_geo` à chaque position
`NOM_ligne_geo.csv` (ouvrage, nouveau)	Ligne optimale géométrique à la position retenue, au format de `NOM_sections.csv`, colonne `limitante` (T ou F)

Une valeur vide signifie « non défini » ou « non calculé » ; `inf` signifie infini.

Option. `--sans-heyman` supprime le calcul de FS géo (colonne vide, tableau marqué « non calcule ») ; utile seulement pour de très longs balayages de convoi.

Exemples

Sur les fichiers fournis, les quatre coefficients ne sont jamais rangés dans le même ordre : chacun répond à sa propre question.

Fichier	Chargement	Actions multipliées	FM	λ	λ∞	FS géo	Lecture
`exemples\voutes\EXEMPLE.DON`	1, BT symétrique	4 (forces réparties)	5,26	6,57	infini	9,56	Voûte de 0,40 m à la clé et 1,70 m aux naissances, très bien adaptée à ses charges ; λ n'est limité que par l'écrasement

Fichier	Chargement	Actions multipliées	FM	λ	λ∞	FS géo	Lecture
`EXEMPLE.DON`	2, BC dissymétrique	4	6,75	9,38	infini	5,67	La charge dissymétrique décentre la ligne : FS géo baisse, FM monte
`TD10.DON`	PP, remplissage, V à la clé	3, 4, 5	5,63	3,76	7,36	2,31	Joints limitants 0 E, 9 I, 19 E : les rotules du mécanisme de l'épure
`TEST1.DON`	8, BT dissymétrique	3, 4, 5	2,34	2,40	16,07	1,76	λ très inférieur à λ∞ : la ruine sous trafic vient de l'écrasement
`TEST2.DON`	1, charges permanentes	aucune	9,00	-	-	111,5	Voûte presque funiculaire de ses charges permanentes
`TEST2.DON`	3, MC 120 dissymétrique	3, 4, 5	4,12	6,58	infini	20,36	Le convoi dissymétrique divise FS géo par 5
`COULOI3M.DON`	1, PP et charge verticale du convoi	3, 4, 5	instable	0,55	0,87	0,99	Il manque 0,8 % d'épaisseur ; la voûte ne porte que 55 % des charges variables
`exemples\ponts\TROIS.VMA`	PP, remblai, convoi	aucune	1,17	-	-	1,30	Chaque coefficient à sa position la plus défavorable du convoi
`batteries\diffusion\OSS_VAR.VMA`	3, phase 4 (330 t)	`VARIABLE EXCEPTIONNELLES`	1,45	1,19	1,77	1,38	Sections limitantes de FS géo dans les arches et dans une pile

Voûtes seules calculées avec `--variable` (colonne Actions multipliées), sans frottement ; ouvrages avec les données de leur fichier.

Validation

Le calcul des coefficients est vérifié par la batterie `batteries\test_coefficients.py` (455 contrôles, lancée par `lance_tout.py`) et par les tests unitaires.

Contrôle	Résultat
Demi-cercle sous poids propre à l'épaisseur limite de Milankovitch, t/R = 0,1075	FS géo = 1,0003 (60 voussoirs)
12 pleins cintres, avec ou sans charge ponctuelle, comparés à la marge géométrique exacte de Voute_jf (mêmes joints)	Écart ⩽ 1e-8, y compris pour FS géo = 0,970

Contrôle	Résultat
Encadrement indépendant : une ligne de pression tient dans l'épaisseur ep / (FS (1 − 1e-6)), pas dans ep / (FS (1 + 1e-6))	Toutes les voûtes de la batterie et les ouvrages DEUX_DISS et TROIS
FS géo ⩾ 1 si et seulement si la voûte est stable en traction	68 chargements : 56 stables (FS géo ⩾ 1), 12 instables (FS géo < 1)
λ∞ égal au facteur statique à résistance infinie du mode TD (sans frottement) ; λ ⩽ λ∞	58 chargements, écart ⩽ 1e-9
FM recalculé avec toutes les résistances divisées par FM	1,00000000
Voûte seule et ouvrage d'une arche sur appuis rigides	Mêmes FS géo et λ∞ à 1e-6
Non-régression : 424 calculs de référence	Toutes les lignes des notes et des fichiers CSV précédents retrouvées, colonnes et blocs ajoutés seulement

Référence sur le coefficient géométrique d'Heyman, ses valeurs usuelles (2 pour les arcs, 3 pour la règle du tiers central) et ses limites : Buildings, 2022, 12(12), 2059 (MDPI).