VOUTE Python 1.3 — validation

VOUTE Python 1.2 (16/10/2026) reprend le programme SETRA VOUTE : VOUTE1 (IBM, 1983) et la version PC VOUTE 1.0 (1993), étendus aux ponts à plusieurs arches, avec une géométrie exacte. Sa validation repose sur cinq comparaisons :

1. **La version PC de 1993**, chargement par chargement, à partir de ses listings (`batteries/ref_pc`).
2. **Des valeurs de référence calculées en géométrie de 1993**, avec le même modèle mécanique (`batteries/references.csv`, `batteries/multi/references.csv`). VOUTE Python les retrouve à 0,001 % près quand la géométrie de 1993 n'intervient pas ; chaque autre écart est rattaché à une cause connue.
3. **Le programme Voute_jf** (J.-F. Douroux) : cas croisés, série de 16 ponts, classeurs convertis.
4. **Des contrôles propres au moteur** : certificat de chaque coefficient, simplexe comparé à HiGHS, dualité statique / cinématique, solutions analytiques.
5. **Le programme d'éléments finis FLAMBI** (J.-F. Douroux, V01.4, élément joint) : un calcul pas à pas d'une autre nature, sur les voûtes seules et les ponts à plusieurs arches (§ 10).

Les batteries de tests de la distribution refont ces comparaisons : `interface\python\python.exe batteries\lance_tout.py`.

1. Ce que change la géométrie exacte

La version de 1993 calculait la géométrie avec des approximations. VOUTE Python calcule la géométrie et les charges exactement. Chaque écart avec la version de 1993, ou avec les références en géométrie de 1993, est rattaché à l'une des causes suivantes (colonne `causes` de `batteries/references.csv`).

Code	Version de 1993	VOUTE Python
`raccord`	Une courbe d'extrados définie depuis la fin de la précédente (types D, G, I, L) part du dernier point d'extrados calculé sur le sous-découpage. Un piédroit vertical peut sortir légèrement incliné.	La courbe part de la vraie fin de la précédente.
`epaisseur`	Un point défini par une épaisseur (types I à M) part du point du sous-découpage d'intrados le plus proche.	Il part du point d'intrados exact.
`ellipse`	Joints de l'ellipse placés par l'algorithme ELLIPI (longueurs à peu près égales).	Voussoirs de même longueur d'arc.
`cle`	Si l'extrados commence par un segment, son point de clé est pris sur la normale à l'intrados.	Joint de clé vertical.
`au_dela`	La partie d'une force répartie qui dépasse la fin d'un extrados terminé par un segment est reportée sur le dernier voussoir.	Elle ne charge pas la voûte : elle porte sur l'appui.
`piedroit`	Voir ci-dessous.	Voir ci-dessous.
—	Voussoir fictif à la clé ; aires, remblais et forces intégrés sur des polygones de 24 côtés par voussoir.	Pas de voussoir fictif ; intégrales exactes.

Le piédroit en fin de remblai. La version de 1993 ne charge une face d'extrados verticale que si $x0 \le x < xf$: un piédroit vertical situé exactement à l'abscisse de fin du remblai ne reçoit pas de poussée. VOUTE Python garde cette règle. Dans ALLIESYM, ALLIEDI1 et ALLIEDI2, le piédroit est vertical en $x = 5{,}44 = xf$. En 1993, le `raccord` l'inclinait légèrement (x de 5,42 à 5,44) et il recevait la poussée du remblai : −370,8 contre −95,8 sans poussée (chargement 1 d'ALLIESYM), soit plus de 35

% de la charge totale. La poussée stabilisant les reins, le coefficient de ces voûtes est à peu près divisé par deux. Pour retrouver la poussée, il suffit de prolonger le remblai au-delà du piédroit (xf un peu plus grand) : on retrouve −370,8.

Numérotation. Sans voussoir fictif, les joints vont de 0 (clé) à N : le joint k de la version de 1993 (k ≥ 2) est le joint k − 1 de VOUTE Python. Les zones de résistance des fichiers gardent la numérotation de 1993 et sont traduites à la lecture.

2. Références en géométrie de 1993

Les valeurs de référence ont été calculées avec le même modèle mécanique que VOUTE Python (programmation linéaire, même critère de joint), sur la géométrie de 1993. Un fichier est dit « sans particularité de 1993 » quand aucune des causes du § 1 ne le concerne. Relevé sur le corpus d'essai :

Domaine	Corpus	Sans particularité de 1993	Autres écarts
Coefficient de rupture, voûtes seules	47 fichiers, 115 chargements	32 chargements : écart ≤ 0,0009 %	Géométrie exacte (liste ci-dessous) ; mêmes erreurs de données (120, 125…) et même stabilité en traction partout
Facteur λ sur les actions 3, 4, 5 et recherche de contrôle (`--variable 3,4,5 --controle`)	mêmes fichiers	27 chargements : λ et facteur de contrôle ≤ 0,0009 % ; mêmes mécanismes (renumérotés)	Géométrie exacte
Lignes caractéristiques	mêmes fichiers	symétriques : toutes les lignes égales ; dissymétriques : Hmax, Hmin et domaine de compression égaux	Lignes à cote imposée des dissymétriques : domaine plus large sans le voussoir fictif
Ouvrages (`.VMA` : ponts d'essai, conversions Voute_jf, série de 16 ponts)	23 ouvrages, 72 chargements	52 chargements : écart ≤ 0,0043 % ; même stabilité	Forces projetées sur les courbes exactes (références : polylignes) : quelques 10^{-4} le long du balayage du convoi. Comparaison faite avec le modèle d'appuis des versions précédentes, sans le poids des terres sur la face arrière des culées (§ 9)
Diffusion des charges (`--diffusion tronque`)	48 fichiers	26 chargements : écart ≤ 0,0009 % ; part transmise au sol identique	Profondeur prise sur les courbes exactes

Écarts de coefficient supérieurs à 0,5 % (voûtes seules) :

Fichier	Ch.	Géométrie de 1993	VOUTE Python	Écart	Causes
ALLIEDI1	1 / 2	3,8181 / 5,1429	1,4625 / 1,8147	−62 % / −65 %	raccord, piédroit
ALLIEDI2	1 / 2	5,5605 / 8,0675	2,2288 / 3,6570	−60 % / −55 %	raccord, piédroit
ALLIESYM	1 / 2	3,2104 / 4,7058	1,5299 / 2,2190	−52 % / −53 %	raccord, piédroit
COULOI3T	1	2,3284	2,5484	+9,5 %	raccord, ellipse

Fichier	Ch.	Géométrie de 1993	VOUTE Python	Écart	Causes
COULOI3M	3, 4, 5	36,92 ; 6,398 ; 5,686	37,18 ; 6,472 ; 5,789	+0,7 à +1,8 %	raccord, ellipse
BAGNEUX1	1, 2, 3, 5	5,426 ; 7,057 ; 18,98 ; 6,615	5,478 ; 7,254 ; 19,20 ; 6,491	−1,9 à +2,8 %	raccord, au-delà
BAGNEUX2	1, 2, 3, 5	9,231 ; 12,05 ; 18,98 ; 10,47	9,351 ; 12,26 ; 19,20 ; 10,58	+1,1 à +1,8 %	raccord
GEO_E_D	1 / 2	1,5465 / 1,9414	1,5702 / 1,9709	+1,5 %	raccord
BRIANDE (cartes 1983)	4	49,397	49,145	−0,5 %	raccord

Partout ailleurs l'écart est inférieur à 0,5 %, et en général à 0,1 %.

Lignes à cote imposée des chargements dissymétriques. Le joint 1 du voussoir fictif, à quelques dixièmes de millimètre du joint de clé, obligeait la ligne qui passe à l'extrados (ou à l'intrados) de la clé à y être presque horizontale. Sans ce joint, l'inclinaison est libre et le domaine des poussées à cote imposée est plus large : EXEMPLE, chargement 2, Zmax*Hmin 198,0 en géométrie de 1993 et 181,3 dans VOUTE Python.

Positions équivalentes du convoi. Sur un ouvrage symétrique ou à travées identiques, plusieurs positions du convoi donnent le même coefficient (à 10^{-9} près). VOUTE Python retient la première (TROIS : position −12, coefficient 1,1681).

3. Comparaison à la version PC de 1993

`batteries/run_tests.py` compare 110 coefficients à ceux de la version PC (listings dans `batteries/ref_pc`).

Jeu	Chargements	Coefficient VOUTE Python / version PC
EXEMPLE	1 sym., 1 dissym.	5,2638 / 5,264 ; 6,7481 / 6,722
TEST1	5 sym., 3 dissym.	sym. ≤ 0,012 % ; dissym. +1,0 à +1,8 %
TEST2	3 sym., 1 dissym.	sym. ≤ 0,01 % ; dissym. +0,4 %
TEST3, TEST3B	6 sym., 4 dissym.	sym. ≤ 0,03 % ; dissym. +0,03 à +0,12 %
ALLIESYM	2 sym.	1,5299 / 3,210 ; 2,2190 / 4,706 (piédroit sans poussée, § 1)
ALLIEDI1, ALLIEDI2	4 dissym.	−55 à −64 % (piédroit sans poussée)
ALLIEDI3	1 sym.	4,4830 / 4,399 (écart connu, voir ci-dessous)
COULOI3M	4 sym., 1 instable	−0,4 à +1,8 % (raccord, ellipse) ; instable comme la version PC
COULOI3T	1 dissym.	2,5484 / 2,247 (+13 % ; raccord, ellipse)
BAGNX	3 dissym.	+0,2 à +0,5 %
BAGNEUX1, 2	12 dissym.	−1,4 à +4,4 %
BAGNEUX3	4 dissym.	+2,9 à +18 % (optimiseur de la version PC)
BAGNEUX6, 8, 9	11 dissym.	instables, comme la version PC
BAGNEUX, 4, 5, 7, BRIANDE	—	refusés (erreur 120), comme la version PC
PLCINTR	—	refusé (erreur 125), comme la version PC

Jeu	Chargements	Coefficient VOUTE Python / version PC
15 jeux construits (`batteries/geo`)	14 sym., 15 dissym., 2 instables	sym. ≤ 0,08 % sauf GEO_B_B (−0,15 %, ellipse) et GEO_E_D (+1,6 %, raccord) ; dissym. ≥ PC (+0,15 à +7,9 %)
5 jeux 1983 (cartes)	12 sym., 1 instable	≤ 0,06 %, sauf BRIANDE ch. 4 (−0,5 %, raccord)

Pour les chargements dissymétriques, la version PC ne trouve pas toujours la ligne optimale. Évaluée dans le modèle de VOUTE, la ligne optimale imprimée par la version PC redonne à peu près son coefficient : les deux programmes calculent le même problème mécanique et l'écart vient de l'optimiseur de 1993. Le coefficient de VOUTE Python est donc normalement supérieur ou égal à celui de la version PC.

Deux écarts connus restent : ALLIEDI3 (point d'extrados du joint 11 placé par la version PC hors du cercle d'extrados) et GEO_DISS chargement 1 (chargement symétrique sur une géométrie dissymétrique, mal traité par la version PC).

4. Batteries de tests

Toutes les batteries passent : `interface\python\python.exe batteries\lance_tout.py` (5 à 20 minutes selon le poste).

Batterie	Contrôles	Résultat
`run_tests.py`	45 fichiers : 117 contrôles de non-régression, 111 comparaisons aux références en géométrie de 1993, 110 comparaisons à la version PC, 96 mécanismes, 952 lignes caractéristiques admissibles	tous passent ; 60 écarts dus à la géométrie exacte, listés avec leur cause ; 2 écarts connus de la version PC
`test_interface.py`	relecture et réécriture des 40 `.DON` par le module de l'interface, calcul identique ; 37 723 centres de pression	tous passent
`test_td.py`	4 classeurs Epure_Hinge (TD CHEMER), 77 contrôles de dualité, cas du TD, messages d'erreur : 86 contrôles	tous passent
`test_glissement.py`	Osserain (φ = 24°), BAGNEUX1 (μ = 0,6), TD10 (μ = 0,2), associé et non associé : 168 contrôles	tous passent
`test_multi.py`	34 `.DON` recalculés comme ouvrages d'une arche, équilibre des appuis (faces brisées, sommiers inclinés et blocs en tête compris), symétrie, translation, appuis rigides, ligne VARIABLE, mécanisme : 790 contrôles	tous passent
`test_diffusion.py`	sans effet, voûte = ouvrage d'une arche (6 modèles), résultante, Osserain, ligne DIFFUSION, convoi : 854 contrôles	tous passent
`test_repartie.py`	force répartie inclinée : efforts de la version PC, face cachée, résultante, voûte = ouvrage d'une arche : 24 contrôles	tous passent
`test_coefficients.py`	coefficients de sécurité : FS géo de 12 pleins cintres contre Voute_jf, Milankovitch, valeurs figées de FM, λ, λ∞ et FS géo (68 chargements de voûtes, 18 d'ouvrages), FS géo ≥ 1 ⇔ stabilité, λ ≤ λ∞, FM facteur sur les résistances : 455 contrôles	tous passent

5. Comparaison à Voute_jf

Les cas croisés avec Voute_jf (109 comparaisons) et le convertisseur des classeurs (67 comparaisons) demandent les sources de Voute_jf : ils sont faits dans le paquet de développement et ne sont pas livrés ici. Aucune anomalie de VOUTE n'y apparaît. Les valeurs enregistrées dans les classeurs de référence sont celles de Voute_jf V26, alors que le moteur disponible est la V30 : les comparaisons « moteur Voute_jf / classeur Excel » (2 dans la batterie, 4 dans le convertisseur) s'écartent pour cette seule raison.

Comparaison	VOUTE Python	Voute_jf V30
Voûtes à même géométrie (52 comparaisons)	écart maximal $8{,}5\cdot10^{-6}$	—
Extrados non concentrique (cas F), σ infinie / 600	1,17345799 / 0,742474445	1,17345799 / 0,742474445
Charge inclinée à la cote de la chaussée (cas G)	6,6388233	6,6388233
Ponts à même géométrie (29 comparaisons)	écart maximal $3{,}1\cdot10^{-7}$	—
Exemple de voûte du classeur Voute_jf, 20 / 40 / 80 voussoirs (écart attendu : tracé des joints)	10,099 / 9,257 / 9,244	10,073 / 9,231 / 9,219
Position des rotules (15 comparaisons)	écart maximal $6\cdot10^{-4}$ m (arrondi de la note)	—

Série de 16 ponts (1 à 7 travées, sommiers inclinés). Les classeurs Voute_jf V30 de la série (plein cintre PC, arcs au 1/4 S4 et au 1/6 S6, Osserain simplifié) sont convertis par le convertisseur de la version 1.2 : les sommiers inclinés sont posés directement sur les piles et les culées, dont la tête au-dessus de la plus basse naissance forme un seul bloc, à la densité de l'appui, comme dans Voute_jf. La version 1.1 posait chaque arche sur un joint horizontal porté par un voussoir de 1 mm (coin sous le sommier, ligne `TETE MONOLITHE`) : le joint de naissance était décalé de 1 mm, et la tête de pile d'Osserain prenait la densité des arches au lieu de celle de la pile. Chargement 1 : facteur λ d'une charge de 1 t/m sur la demi-travée gauche ; chargement 3 : essieu de 10 t balayé sur tout le pont (facteur minimal).

Pont	λ Voute_jf V30	λ 1.1	λ 1.2	essieu Voute_jf V30	essieu 1.1	essieu 1.2
P1_PC	4,6602	4,6602	4,6602	1,1759	1,1759	1,1759
P1_S4	8,5386	8,5390	8,5386	1,9451	1,9449	1,9451
P1_S6	3,1959	3,1968	3,1959	0,9510	0,9512	0,9510
P2_PC	4,6602	4,6602	4,6602	1,1759	1,1759	1,1759
P2_S4	10,8558	10,8606	10,8558	1,9683	1,9679	1,9683
P2_S6	6,1954	6,1981	6,1954	0,9472	0,9473	0,9472
P3_PC	4,6602	4,6602	4,6602	1,1759	1,1759	1,1759
P3_S4	10,8558	10,8606	10,8558	1,9591	1,9587	1,9591
P3_S6	6,1954	6,1981	6,1954	0,9516	0,9518	0,9516
P5_PC	4,6602	4,6602	4,6602	1,1759	1,1759	1,1759
P5_S4	10,8558	10,8606	10,8558	1,9339	1,9335	1,9338
P5_S6	6,1954	6,1981	6,1954	0,9540	0,9542	0,9540
P7_PC	4,6602	4,6602	4,6602	1,1849	1,1849	1,1849
P7_S4	10,8558	10,8606	10,8558	1,9469	1,9465	1,9469
P7_S6	6,1954	6,1981	6,1954	0,9498	0,9500	0,9498

Pont	λ Voute_jf V30	λ 1.1	λ 1.2	essieu Voute_jf V30	essieu 1.1	essieu 1.2
Osserain simplifié	2,5708	2,5689	2,5708	6,6210	6,5882	6,6209

Écart maximal de la version 1.2 avec Voute_jf V30 : $1{,}4 \cdot 10^{-6}$ sur λ, $4{,}7 \cdot 10^{-5}$ sur l'essieu (version 1.1 : 0,08 % et 0,5 %). Cas test Voute_jf V27 G (trois arches surbaissées à sommiers inclinés) : 22,8313 et 18,2151 pour Voute_jf 22,8313 et 18,215.

6. Contrôles propres au moteur

Ces contrôles sont dans les tests unitaires du moteur (132 tests du paquet de développement, dossier `tests`).

Contrôle	Résultat
Certificat des plans coupants, chaque chargement	coefficient de l'état trouvé ≤ coefficient exact ≤ coefficient du dernier programme linéaire, écart relatif ≤ 10^{-9}
Simplexe (gradient projeté, factorisation QR mise à jour) contre HiGHS (scipy)	programmes aléatoires, dégénérés, non bornés, inadmissibles, et dernier programme de chaque chargement du corpus : même optimum
Mécanisme de ruine	cinématiquement admissible (puissance des inconnues hyperstatiques nulle), puissance des charges égale à 1, dualité forte ; mêmes rotules (renumérotées) que les références sur les fichiers sans particularité de 1993
Plein cintre sous poids propre (Milankovitch)	épaisseur critique t/R = 0,1075 de 20 à 200 voussoirs
Recherche de contrôle (mode TD)	version vectorisée identique à l'énumération directe ; dualité cinématique / statique à résistance infinie ; mécanisme imposé redonnant son facteur ; lignes caractéristiques admissibles
Voûte `.DON` calculée comme ouvrage d'une arche sur culées rigides	même coefficient à 10^{-6}, avec et sans diffusion (10^{-5} pour chaque modèle)
Ouvrages	équilibre de la tête des piles, invariance par translation, appuis rigides (coefficient de l'arche la plus faible), erreurs 300 à 310
Diffusion	sans effet avec `aucune` ; résultante conservée (voussoirs + sol) ; priorités option / ligne `DIFFUSION`
Force répartie inclinée	efforts de la version PC de 1993 sur la face exposée, face cachée sans effort, résultante et part hors de la demi-voûte exactes
Ligne de commande et interface	fichiers écrits, codes de sortie, messages d'erreur ; calcul dans le processus de l'interface (`voute.api`) identique à la ligne de commande
Coefficient géométrique d'Heyman	demi-cercle sous poids propre à t/R = 0,1075 : FS géo = 1,0003 (60 voussoirs) ; 12 pleins cintres avec ou sans charge ponctuelle : marge géométrique exacte de Voute_jf à 10^{-8} ; encadrement indépendant (une ligne tient dans l'épaisseur ep / (FS $(1 - 10^{-6})$), pas dans ep / (FS $(1 + 10^{-6})$)) sur toutes les voûtes de la batterie et deux ouvrages ; FS géo ≥ 1 si et seulement si la voûte est stable en traction (68 chargements)
Facteur à résistance infinie λ∞	égal au facteur statique à résistance infinie du mode TD (58 chargements, 10^{-9}) ; λ ≤ λ∞ ; voûte = ouvrage d'une arche (10^{-6})
Coefficient de rupture et résistances	FM recalculé avec toutes les résistances divisées par FM : 1 à 10^{-7}

Contrôle	Résultat
Non-régression de la version 1.1	424 calculs de référence : toutes les lignes des notes et des fichiers CSV de la version 1.0 retrouvées ; seuls des blocs, des colonnes en fin de ligne et le fichier `_ligne_geo.csv` des ouvrages s'ajoutent
Non-régression de la version 1.2	424 calculs de référence : 390 identiques à la version 1.1 ; les 34 autres sont les ponts à culées chargées de terres sur leur face arrière, sans changement des coefficients de rupture ni des facteurs λ (§ 9)

7. Validation du modèle mécanique

Les contrôles suivants portent sur le modèle mécanique, indépendamment de la géométrie :

- contrôle croisé des chargements dissymétriques de la version PC (ligne optimale de la version PC évaluée dans le modèle, § 3) ;
- ouvrages à plusieurs arches : TROIS (1,168, fixé par le sol sous les piles ; 1,691 sur appuis rigides), DEUX_DISS, limites du modèle des piles et culées ;
- mode TD : classeurs Epure_Hinge, cas du TD (facteur de contrôle 7,3611 ; rotules clé extrados, joint 9 intrados, naissance extrados) ;
- glissement : Osserain contre STRAINS (INSA Rennes, 2023), BAGNEUX1, TD10 ;
- diffusion : Osserain contre l'étude indépendante de la note technique (`notices/Note_technique_diffusion_remblai.pdf`) ;
- Voute_jf : 109 cas croisés, série de 16 ponts de 1 à 7 travées, sommiers inclinés posés sur les appuis (§ 5 et § 9), convertisseur des classeurs ;
- piles et culées polygonales, bloc en tête, poids des terres : formules fermées et équivalences (§ 9).
- FLAMBI (éléments finis à joints) : 287 charges de ruine et leurs mécanismes recalculés pas à pas, voûtes seules et ponts à plusieurs arches (§ 10).

8. Résultats de référence

Valeurs à retrouver après une installation ou une modification :

Calcul	Résultat
`EXEMPLE.DON`	5,2638 (BT symétrique) ; 6,7481 (BC dissymétrique)
`TD10.DON`	5,6306 ; mécanisme à 5 rotules : clé extrados, joint 11 intrados, naissance extrados
`TROIS.VMA` (3 pleins cintres, convoi sur 37 positions)	1,1681
`DEUX_DISS.VMA`	1,2034 ; 0,8242
`APPUIS_POLYGONAUX.VMA` (faces brisées, semelles, culée en L)	1,1700
`ARCS_SOMMIERS.VMA` / `ARCS_BLOCS.VMA` (sommiers inclinés, bloc en tête)	2,2296 / 2,1767
`serie_1_a_7_travees\P3_S4_pont.VMA` (λ ; essieu)	10,856 ; 1,9591
Osserain, 5 MPa, charge d'essai (`OSS_VAR.VMA`, λ phase 4 / phase 2)	1,1927 / 1,3089

Osserain avec diffusion (λ phase 4 / phase 2) :

Modèle	VOUTE Python	Référence en géométrie de 1993	Étude indépendante (note technique)
aucune	1,1927 / 1,3089	1,1923 / 1,3086	1,192 / 1,309
Boussinesq	1,2959 / 1,4208	1,2956 / 1,4204	1,291 / 1,415
Boussinesq tronqué 30°	1,2367 / 1,3551	1,2364 / 1,3547	—
pente 1 pour 2 (étude)	1,3577 / 1,4897	1,3569 / 1,4888	1,357 / 1,487
pente 30° (étude)	1,3758 / 1,5095	1,3750 / 1,5086	1,372 / 1,506
pente 45° (étude)	1,4542 / 1,5995	1,4532 / 1,5985	1,452 / 1,597

L'écart avec la référence en géométrie de 1993 (moins de 0,1 %) vient du `raccord` des courbes d'extrados d'Osserain.

9. Piles et culées polygonales (version 1.2)

La version 1.2 décrit les piles et les culées par des faces brisées (lignes `FACE`), accepte les sommiers inclinés et les naissances à des cotes différentes (la tête de l'appui au-dessus de la plus basse naissance forme un seul bloc), un bloc de maçonnerie en tête (lignes `BLOC`), et compte le poids des terres qui reposent sur la face arrière des culées. Les appuis à faces droites, à naissances horizontales à la même cote et sans bloc sont calculés comme avant, par le même code.

Contrôle	Résultat
Face d'un seul point (la fondation) à la place du fruit, sur chaque appui des ouvrages d'essai	calcul par polygone identique au calcul par trapèze : coefficients et efforts des sections à 10^{-12}
Poids et terres, formules fermées	culée en L (maçonnerie 445,5, terres sur le talon 288), pile à retraite sur semelle, face arrière à fruit (prisme et colonne de terres), face arrière verticale (pas de terres)
Sections	cotes des sommets et répartition des sections intermédiaires, largeur commune à une retraite, encorbellement porté par sa partie étroite, avertissement des talons longs
Naissances inclinées	tête de pile sous les sommiers, coins de culée à la cote de l'extrados du sommier ; ouvrage retourné et ouvrage décalé : mêmes coefficients
Bloc en tête	aire exacte (intégrale de l'extrados), joints internes et joint de contact, charges et remblai portés par le bloc ; retournement et translation
Équilibre des appuis (`test_multi.py`, ouvrages `PILES_SEMELLES`, `ARCS_SOMMIERS` et `ARCS_BLOCS` compris)	équilibre de chaque tronçon recalculé indépendamment, à partir des efforts des sections
Erreurs	304 à 310 (faces, bloc) et messages de lecture
Série de 16 ponts et cas test V27 G	Voute_jf V30 retrouvé à $1{,}4 \cdot 10^{-6}$ (λ) et $4{,}7 \cdot 10^{-5}$ (essieu), § 5

Poids des terres sur la face arrière des culées. Sur les 424 calculs de référence, 390 donnent exactement les mêmes notes et fichiers CSV que la version 1.1. Les 34 autres sont des ponts dont les culées en maçonnerie ont un fruit arrière et portent des terres (TROIS et ses 12 variantes de syntaxe, DEUX_DISS, les 15 ponts réguliers de la série, le pont du classeur Voute_jf) : la note ajoute une ligne sur les terres, et le poids des terres posées sur la face arrière change les efforts des culées. Aucun coefficient de rupture ni facteur λ des chargements ne change, car ils sont fixés par les arches ou les piles. Le coefficient de 184 positions du convoi augmente (jusqu'à 0,8 %, aucune ne diminue), et le coefficient géométrique d'Heyman des ponts en plein cintre passe de 3,18 à 3,28 (chargement 1) et de 3,34 à 3,90 (chargement 2) : la section limitante n'est plus dans la culée. La comparaison aux références du § 2 est faite avec le modèle des versions précédentes (sans ce poids).

10. Cas croisés avec FLAMBI

FLAMBI V01.4 (J.-F. Douroux) est un programme d'éléments finis de poutres, non linéaire, dont l'élément 97 représente un joint de mortier : il s'ouvre (pas de traction), s'écrase (loi de compression) et glisse (Coulomb, sans dilatance). La ruine y apparaît comme la perte d'équilibre d'un calcul pas à pas, sans hypothèse de mécanisme. Avec les mêmes hypothèses de matériau (pas de traction, résistance à palier illimité, petits déplacements), le théorème statique veut que les deux programmes trouvent la même charge limite : FLAMBI contrôle donc, par une méthode indépendante, la mise en équations, le critère des sections, l'assemblage des arches, des piles, des culées et du sol, et le solveur. Ces cas croisés sont faits dans le paquet de développement (`outils/voute2flambi.py`, batterie `test_flambi.py`), qui demandent l'exécutable FLAMBI ; ils ne sont pas livrés ici.

Passage d'un modèle à l'autre. VOUTE calcule les charges, FLAMBI les reçoit : chaque corps rigide de VOUTE (voussoir, tête et tranche d'appui, bloc en tête) devient un nœud maître relié à ses faces par des poutres raides, chaque section vérifiée devient un joint 97 de 1 cm, normal à la section, de section 1 × ep, et les résultantes des charges de chaque corps calculées par VOUTE (poids exact, remblai, poussée, forces, diffusion, poids des appuis et des terres) sont appliquées au nœud maître. Mortier : loi 7 à palier illimité, qui donne à la ruine le bloc de compression de VOUTE (loi linéaire sans traction quand $\sigma \geq 10^8$ kPa) ; frottement de Coulomb quand VOUTE vérifie le glissement. Coefficient de rupture : toutes les charges croissent ensemble ; facteur λ : les charges fixes sont appliquées d'abord. FLAMBI est piloté en charge : la ruine est encadrée par le dernier pas convergé et le pas suivant, resserrés à 0,01 % de la valeur de VOUTE. Le mécanisme est comparé à partir du mouvement relatif de chaque joint (saut normal, glissement, rotation) au dernier pas.

Résultats (18/10/2026, 305 cas). Hors des 18 cas sans équilibre dans VOUTE (chargements instables de BAGNEUX6, 8 et 9, COULOI3M, convoi hors de l'ouvrage), FLAMBI encadre 287 charges de ruine :

Famille	Cas calculés	Écart ≤ 0,01 %	≤ 0,1 %	≤ 0,2 %	> 0,2 %	Mêmes rotules
A1 Plein cintre d'Heyman (sans et avec frottement 0,4)	3	0	3	0	0	3
A2 Pont de 15 m de de Felice, 6 positions, 5 MPa et σ infinie, sans diffusion et Boussinesq tronqué	24	12	10	2	0	22
A3 Voûtes de 1993 (19 exemples, glissement pur de TD10)	57	48	7	2	0	52
B1 TROIS (maçonnerie et sol ; résistances infinies ; appuis rigides)	4	2	2	0	0	4

Famille	Cas calculés	Écart ≤ 0,01 %	≤ 0,1 %	≤ 0,2 %	> 0,2 %	Mêmes rotules
B2 Série de 16 ponts de 1 à 7 travées (répartie, G seul, essieu ; essieu avec diffusion)	51	42	5	3	1	37
B3 DEUX_DISS, Osserain, BAGNEUX1, classeur Voute_jf	29	23	0	0	6	20
B4 Appuis de la version 1.2 (faces brisées, sommiers inclinés, bloc en tête)	4	4	0	0	0	4
C1 Convoi : TROIS (FM et λ, 37 positions), essieu de P3_S4 (43 positions)	115	102	8	2	3	107
Total	**287**	**233**	**35**	**9**	**10**	**249**

FLAMBI est toujours au-dessous de VOUTE ou au même niveau, comme attendu pour un calcul piloté en charge : il s'arrête quand les rotules se forment et que Newton ne converge plus. Les écarts ne dépassent pas 0,13 % pour les voûtes seules et 0,02 % pour TROIS à sa position critique ; ils restent en général dans l'encadrement (0,01 %) avec une résistance finie et atteignent 0,05 à 0,13 % avec une résistance infinie, où la rotule se forme sur une arête du joint.

Contrôles indépendants de la géométrie et des charges. Deux cas sont aussi décrits indépendamment, avec les outils de calcul à la rupture de FLAMBI :

- plein cintre d'Heyman (rayon moyen 5 m, épaisseur 0,6 m, 30 voussoirs, charge au joint 8) : avec le poids exact des voussoirs, `voute_rupture.py` donne 32,12179 sans frottement et 18,68810 avec frottement 0,4, VOUTE 32,1217869 et 18,6880977, mêmes rotules (joints 4 intrados, 14 extrados, 24 intrados, 30 extrados depuis la naissance gauche). Les jeux `VOUTE_HEYMAN` et `VOUTE_FROTTEMENT` de FLAMBI (31,725 et 17,479) portent le poids des voussoirs sur leurs cordes, aux nœuds des joints ;
- pont de de Felice : 12 valeurs de `pont_rupture.py` (6 positions, σ infinie et 5 MPa, sans diffusion) retrouvées à $4 \cdot 10^{-5}$ près quand le poids des joints de 1 cm est compté de la même façon.

Écarts notables.

- BAGNEUX1 avec frottement 0,6 (6 cas : 3 chargements, glissement associé et non associé dans VOUTE ; de même pour la voûte `.DON`) : FLAMBI ne trouve aucun équilibre dès le premier pas. La partie plate de la voûte porte son poids par des joints presque verticaux, où l'effort tangent élastique atteint 1,2 fois l'effort normal ; sans dilatance, le glissement ne fait pas monter la poussée, alors que VOUTE trouve un équilibre plus poussé (glissement associé ; son calcul non associé fixe les efforts normaux de proche en proche). C'est une différence des deux lois de frottement, pas une erreur de l'un des programmes.
- Ponts à sommiers inclinés de la série (S4), G seul : de −0,16 à −0,43 % pour P1, P2, P5 et P7 (−0,01 % pour P3). Le mécanisme de VOUTE fait glisser les joints de naissance ; FLAMBI s'arrête sur une solution non numérique ou des pivots nuls quand plusieurs sommiers glissent à la fois.
- TROIS, convoi sur les culées (positions ±15 à ±17) : de −0,11 à −0,28 %. Les deux fondations de piles sont écrasées sur toute leur largeur : au palier, la section n'a plus de raideur (pivots nuls) et Newton échoue avant la charge limite.

L'option de recherche linéaire de FLAMBI (`LN`) est indispensable dès que plusieurs joints glissent : sans elle, le glissement pur de TD10 ($\mu = 0{,}2$) s'arrêtait à 1,051 contre 1,368 (−23 %) et P3_S4 en G seul à −0,17 % ; avec elle, FLAMBI retrouve VOUTE à 0,01 %.

Mécanismes. 249 mécanismes ont les mêmes rotules (au symétrique près pour un ouvrage symétrique). Les 23 autres sont des cas où le mécanisme de ruine n'est pas unique : arches identiques sous leur seul poids (VOUTE retient une arche, FLAMBI les fait partir ensemble), charge sur le joint de clé (de Felice à mi-portée), convoi au milieu d'un ouvrage symétrique, essieu sur les culées de P3_S4 (facteur supérieur à 100). Pour 9 cas, la ruine est brutale (écrasement d'un joint entier, glissement pur) : le dernier pas convergé de FLAMBI est encore élastique et le mécanisme ne se lit pas.

Pilotage par longueur d'arc (FLAMBI avec l'option ARCL, 18/10/2026). Un ajout à FLAMBI (option ARCL de `_CALCUL`, méthode cylindrique de Crisfield) lui fait passer la charge limite et suivre le palier ; `voute2flambi.py --pilotage arc` l'utilise. Sur les cas d'Heyman et de de Felice (14 cas) : - avec une résistance de 5 MPa, FLAMBI atteint le palier d'écrasement et retrouve la charge de VOUTE à $2{\cdot}10^{-7}$ près (−0,01 % en pilotage en charge). Le mécanisme se lit sur le palier ; - avec une résistance infinie, la charge n'approche la limite qu'asymptotiquement : la rotation d'une rotule croît comme $1/c^2$ quand la zone comprimée c s'annule, donc λ_lim − λ ∝ u^(−1/2). Le maximum atteint reste à −0,03 à −0,10 % (−0,04 à −0,11 % en pilotage en charge), mais la limite extrapolée sur la fin du chemin retrouve VOUTE à $4{\cdot}10^{-5}$ près : Heyman 32,121787, avec frottement 18,68827.

Ces cas sont dans la batterie `test_flambi.py`, qui les saute si FLAMBI n'a pas l'option ARCL.

Limites du passage. Le coefficient de rupture d'un ouvrage à résistance infinie n'a pas de sens dans FLAMBI (ses charges, des centaines de fois les charges réelles, sortent du domaine de la loi linéaire) : seuls les facteurs λ sont comparés pour ces ouvrages. Les joints à deux couches (contre-voûte) ne sont pas traduits. Les sections de FLAMBI sont limitées à 150 : une suite de joints dont les dimensions varient linéairement est décrite par interpolation entre deux sections (`_REPARTITION BETON`), ce qui suffit à tous les cas ci-dessus (123 sections au plus, pour Osserain).

11. Déclaration des actions variables (version 1.2.1)

La version 1.2.1 ne change pas le calcul : elle rend explicite, dans l'interface, la déclaration des actions variables qui définissent λ et λ∞ (cadre « Actions variables (multipliées par λ) » de l'onglet Chargements), et ajoute une ligne « Actions variables » à la note et une colonne `actions_variables` en fin de `_resume.csv`. Contrôles :

- **Non-régression** : les 160 fichiers du corpus d'entrée (74 `.DON`, 86 `.VMA`, erreurs comprises) ont été calculés par la 1.2 et par la 1.2.1 ; les 74 `.DON` aussi avec `--variable 3,4,5` et `--variable 1,2,3,4,5`. Tous les fichiers CSV sont identiques octet pour octet, `_resume.csv` à sa nouvelle dernière colonne près ; les notes sont identiques hors lignes « Actions variables », version et texte de signification de LAMBDA.
- **Aller-retour par l'interface** : 275 fichiers `.DON` et `.VMA` (corpus, exemples, batteries) ouverts dans l'interface, chaque chargement affiché, puis réécrits : fichiers identiques octet pour octet à ceux de l'interface 1.2, et une seconde relecture-réécriture les redonne à l'identique. La ligne `VARIABLE` d'un `.VMA` est conservée telle qu'elle est lue ; sans action variable cochée, le chargement n'a pas de ligne `VARIABLE`. Le format `.DON` ne change pas.
- **Tests unitaires** : `tests/test_actions_variables.py` (5 tests : textes, aucune / partielle / toutes pour une voûte, ouvrages, modèle de l'interface et aller-retour) ; `tests/test_coefficients.py` suit la nouvelle colonne. Toutes les batteries passent, dont `test_coefficients.py` (455 contrôles) avec les mêmes valeurs figées.

12. Domaine de stabilité des ouvrages (version 1.3)

La version 1.3 calcule le domaine de stabilité des ouvrages (`.VMA`) : lignes extrêmes de chaque arche dans l'ouvrage et de l'arche seule, déséquilibre de chaque pile, domaines de traction et de compression, élément limitant. Les autres résultats ne changent pas. Contrôles :

- **Voûte seule = ouvrage d'une arche.** Les 74 `.DON` du corpus, convertis en ouvrages d'une arche sur appuis rigides, redonnent les lignes caractéristiques de la note de la voûte seule (traction : HMAX, HMIN, ZMAX·HMIN, ZMAX·HMAX, ZMIN·HMIN, ZMIN·HMAX ; compression : ZMAX*, ZMIN*, HMAX*, HMIN*) : 1110 lignes comparées sur les 48 fichiers calculables (les 26 autres sont refusés par la voûte seule aussi), Z, H et V à 10^{-6} près, aucun écart. Seule différence voulue : quand la poussée maximale n'est bornée par aucun joint (20 lignes de BAGNEUX3 et TEST2), la voûte seule imprime la borne de calcul (150 fois la somme des charges), l'ouvrage écrit « non bornée ».
- **Autre solveur.** Les plages de chaque arche (dans l'ouvrage et seule) et de chaque pile, en traction et en compression, frottement du fichier compris, ont été recalculées par un programme indépendant résolu par HiGHS (SciPy) sur les mêmes sections : 66 ouvrages, 1672 valeurs, écart relatif au plus $2 \cdot 10^{-8}$ (marge de 10^{-8} sur le bras de levier), et $6 \cdot 10^{-7}$ pour les ouvrages à résistance quasi infinie, que le programme indépendant traite comme infinie.
- **Admissibilité et inclusions.** 67 ouvrages calculables du corpus, des batteries et des exemples (162 chargements ; plages à toutes les positions du convoi pour les 23 chargements dont le convoi a moins de 60 positions, soit 773 positions) : chaque état extrême, recentré, est recontrôlé avec le critère exact de VOUTE (plus grande condition $6{,}6 \cdot 10^{-7}$, au lieu de 0 à la limite) ; inclusions vérifiées sans exception : arche dans l'ouvrage incluse dans l'arche seule, déséquilibre de chaque pile inclus dans la différence des plages des deux arches, compression incluse dans la traction, poussées à cote imposée entre HMIN et HMAX ; plages du balayage égales aux lignes à la position de FM ; les 6894 lignes sont définies, aucune non convergée. Les appuis (piles, culées, fondations, sol) limitent au moins une ligne dans 65 chargements ; le glissement est vérifié dans 99.
- **Valeurs de référence.** TROIS (convoi en X = −12) : arche 1 de 356,662 à 439,216 kN/m en traction, de 375,297 à 412,420 en compression ; pile 1 de +45,753 à +254,759, et de +72,407 à +136,728 en compression (sol sous la pile 1). Symétrie (TROIS sans convoi : arches 1 et 3 identiques, déséquilibres des piles opposés, à 10^{-7} près) ; glissement (frottement 0,3 : HMAX de l'arche 1 ramenée de 439,2 à 382,4 kN/m par le glissement des naissances).
- **Non-régression.** Les 160 fichiers du corpus d'entrée (74 `.DON`, 86 `.VMA`, erreurs comprises) ont été calculés par la 1.2.1 et par la 1.3 : tous les fichiers de la 1.2.1 sont identiques octet pour octet ; les notes des ouvrages sont identiques jusqu'au nouveau bloc « DOMAINE DE STABILITE DE L'OUVRAGE », version mise à part ; seuls s'ajoutent `_domaine.csv`, `_domaine_lignes.csv` et `_domaine_convoi.csv`.
- **Interface.** Aller-retour de 275 fichiers `.DON` et `.VMA` par l'interface (ouverture, affichage de chaque chargement, réécriture) : fichiers identiques octet pour octet à ceux de la 1.2.1.
- **Tests.** `tests/test_domaine.py` (13 tests ; 150 au total) ; toutes les batteries passent (`batteries/lance_tout.py`).
- **Durée.** À la position la plus défavorable pour FM, le domaine d'un chargement prend de 0,01 s (une arche) à 10 s (P7_S6, sept arches), quand le calcul des coefficients du même fichier prend de 2 à 220 s ; à toutes les positions du convoi : TROIS, 37 positions, une dizaine de secondes ; Osserain simplifié, 197 positions de l'essieu, deux à trois minutes.